

1. cvičení - výsledky

Veškeré výsledky platí jednoznačně až na aditivní konstantu. Tj. všude by mělo být ještě $+c$, $c \in \mathbb{R}$.

Příklad 1.

- (a) $\frac{1}{6}(x+2)^6$
- (b) $\frac{\sin 4x}{4} + 6 \arcsin x$ na $(-1, 1)$
- (c) $\frac{x^2}{2} + \ln|x|$ na $(-\infty, 0)$ a na $(0, \infty)$
- (d) $\frac{4x^{9/4}}{9} + x - \arctan x$ na $(0, \infty)$
- (e) $x + a \ln|x-a|$ na $(-\infty, a)$ a na (a, ∞)

Příklad 2.

- (a) $\log(e^x + 1)$
- (b) $2\sqrt{x-3}$
- (c) $\frac{1}{2}e^{x^2}$ na $\mathbb{R}$
- (d) $\frac{e^{2x}}{2}$ na $\mathbb{R}$
- (e) $-\cos(\ln x)$ na $(0, \infty)$
- (f) $\frac{1}{6} \ln(2 + 3e^{2x})$ na $\mathbb{R}$
- (g) $\cos \frac{1}{x}$ na $(-\infty, 0)$ a na $(0, \infty)$
- (h) $\sqrt{2} \sin 2x$ na $(k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi)$ $k \in \mathbb{Z}$
- (i) $\frac{2}{3} \sqrt{(e^x - 1)^3} + 2\sqrt{e^x - 1}$ na $(0, \infty)$
- (j) $\ln(|\sin x|)$ na $(k\pi, \pi + k\pi)$ $k \in \mathbb{Z}$
- (k) $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 3) + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{x}{\sqrt{3}}$ na $\mathbb{R}$

(l) $\frac{\sqrt{5}}{10} \arctan \frac{x^2}{\sqrt{5}}$ na $\mathbb{R}$

(m) $4 \arctan e^x$ na $\mathbb{R}$

(n) $\frac{7}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right|$, $x \in (\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{3\pi}{2} + k\pi)$ $k \in \mathbb{Z}$

(o) $\ln \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 1} + 1}$ na $(-\infty, 0)$ a na $(0, \infty)$

(p) $\frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{e^{2x} + 1} - 1}{\sqrt{e^{2x} + 1} + 1}$ na $\mathbb{R}$

(q) $\frac{x \cos \arcsin x + \arcsin x}{2}$ $x \in (-1, 1)$

(r) $-2\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 2 \sin \sqrt{x}$ $x \in (0, \infty)$

(s) $a \arcsin \frac{x}{a} - \sqrt{a^2 - x^2}$ $x \in (-a, a)$

(t) $\ln \left(\frac{\sqrt{1 + e^x} - 1}{\sqrt{1 + e^x} + 1} \right)$ $x \in \mathbb{R}$

(u) $2(e^{\sqrt{x}} \sqrt{x} - e^{\sqrt{x}})$ $x \in (0, \infty)$

Příklad 3.

- (a) $x \ln x - x$ $x \in (0, \infty)$
- (b) $x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}$ $x \in (-1, 1)$
- (c) $xe^x - e^x$ $x \in \mathbb{R}$
- (d) $\frac{\sin x \cos x + x}{2}$ $x \in \mathbb{R}$

- (e) $-\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} \quad x \in (0, \infty)$
- (f) $(x^2 + 3x + 3)e^x - (2x + 3)e^x + 2e^x \quad x \in \mathbb{R}$
- (g) $\frac{e^x x \sin x + (e^x + xe^x) \cos x - e^x \cos x - e^x \sin x}{2} \quad x \in \mathbb{R}$
- (h) $\frac{x \cos \ln x + x \sin \ln x}{2} \quad x \in (0, \infty)$

Příklad 4.

- (a) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| \quad x \neq \pm 1$
- (b) $\frac{1}{3} \left(\ln |x-1| - \frac{1}{2} \ln(x^2 + x + 1) + \sqrt{3} \arctan \frac{2x+1}{\sqrt{3}} \right) \quad x \neq 1$
- (c) $\frac{1}{4} (\ln |x-1| - \ln |3x+1|) \quad x \neq 1, -\frac{1}{3}$
- (d) $\ln |x| - \ln |1+x| - \frac{2}{\sqrt{3}} \arctan \frac{2x+1}{\sqrt{3}} \quad x \neq 0, -1$
- (e) $x + \frac{1}{6} \ln |x| - \frac{9}{2} \ln |x-2| + \frac{28}{3} \ln |x-3| \quad x \neq 0, 2, 3$
- (f) $\frac{1}{4} \ln |x-1| - \frac{1}{4} \ln |x+1| - \frac{1}{2} \arctan x \quad x \neq \pm 1$
- (g) $\frac{1}{3} \ln |x+1| - \frac{1}{6} \ln(x^2 - x + 1) + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{2x-1}{\sqrt{3}} \quad x \neq -1$
- (h) $\frac{1}{4\sqrt{2}} \left(\ln \left(\frac{x^2 + \sqrt{2}x + 1}{x^2 - \sqrt{2}x + 1} \right) + 2 \arctan(\sqrt{2}x + 1) + 2 \arctan(\sqrt{2}x - 1) \right) \quad x \in \mathbb{R}$
- (i) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2} \ln |x+1| + \frac{1}{2} \ln |x-1| \quad x \neq \pm 1$
- (j) $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{6} \ln(x^2 + 1) - \frac{\sqrt{3}+1}{12} \ln(x^2 + \sqrt{3}x + 1) - \frac{\sqrt{3}+3}{6} \arctan(2x + \sqrt{3}) + \frac{\sqrt{3}-1}{12} \ln(x^2 - \sqrt{3}x + 1) + \frac{\sqrt{3}-3}{6} \arctan(2x - \sqrt{3}) \quad x \in \mathbb{R}$
- (k) $4 \ln |x-1| - \frac{1}{x-1} - 4 \ln |x-2| - \frac{4}{x-2} \quad x \neq 1, 2$
- (l) $\frac{1}{128} \left(\ln \left(\frac{\frac{x^2}{8} + \frac{x}{2} + 1}{\frac{x^2}{8} - \frac{x}{2} + 1} \right) + 2 \arctan \left(\frac{x}{2} + 1 \right) + 2 \arctan \left(\frac{x}{2} - 1 \right) \right) \quad x \in \mathbb{R}$

Příklad 5.

- (a) $-\frac{1}{2} \log |1 + \cos^2 x|$

$$(b) \frac{1}{4} \left(\ln |1 - \cos x| - \ln |1 + \cos x| - \frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} \right) \quad x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$(c) -x + \frac{16}{\sqrt{3}} \arctan \left(\frac{\tan x}{\sqrt{3}} \right) \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$$

$$(d) \frac{1}{4} \ln |1 - \cos x| - \frac{1}{4} \ln |1 + \cos x| - \frac{1}{2(1 + \cos x)} \quad x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$(e) 2x - \frac{3}{\sqrt{2}} \arctan \frac{\tan x}{\sqrt{2}} \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$$

$$(f) -2 \cotg 2x \quad x \in \left(k\frac{\pi}{2}, (k+1)\frac{\pi}{2} \right), k \in \mathbb{Z}$$

$$(g) -\ln |\cos x| - \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{4 \cos^4 x} \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$$

$$(h) \frac{1}{3} \ln |\tan x - 1| - \frac{1}{6} \ln (\tan^2 x + \tan x + 1) - \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \frac{2 \tan x + 1}{\sqrt{3}} \\ x \in \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right) \wedge x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Příklad 6.

$$(a) 3\sqrt[3]{x+1} + 4 \ln(\sqrt[6]{x+1} + 1) + \ln(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[6]{x+1} + 1) - 2\sqrt{3} \arctan \left(\frac{2\sqrt[6]{x+1} - 1}{\sqrt{3}} \right) \\ x > -1$$

$$(b) \ln \left| 1 + \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \right| - \ln \left| 1 - \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \right| - 2 \arctan \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \quad |x| > 1$$

$$(c) 3 \ln \left((\sqrt[6]{x+1})^2 + 1 \right) - 6 \arctan \sqrt[6]{x+1} \\ - 6 \left(\frac{(\sqrt[6]{x+1})^7}{7} - \frac{(\sqrt[6]{x+1})^5}{5} - \frac{(\sqrt[6]{x+1})^4}{4} + \frac{(\sqrt[6]{x+1})^3}{3} + \frac{(\sqrt[6]{x+1})^2}{2} - \sqrt[6]{x+1} \right) \\ x > -1$$

$$(d) \frac{1}{3} \log \left| \frac{y+1}{y-1} \right| + \frac{4}{15} \log \left| \frac{y-\frac{1}{2}}{y+2} \right| + c = \frac{1}{3} \log \left| \frac{\sqrt{\frac{x-2}{x-3}} + 1}{\sqrt{\frac{x-2}{x-3}} - 1} \right| + \frac{4}{15} \log \left| \frac{\sqrt{\frac{x-2}{x-3}} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{x-2}{x-3}} + 2} \right|, \quad x > 3.$$